By Steve Yang and Jinrui Liu

《现代物理基础导论》物理史与重要公式梳理

《现代物理基础导论》期末试卷由选择题、简答题、计算题构成。

复习选择题主要从记忆物理史入手：任何 PPT 里出现过的理论或实验，都可能成为考察对象，需要记住其年份、人物与国籍（方便做排除法）、以及它大致说明了什么原理。

简答题是选择题的延续：难点在于需要更进一步、更加细致地介绍理论的内涵，并看情况举例介绍相关的实验；而好处在于简答题的范围显然集中于少数重要理论和实验中。

计算题的考试范围更窄，会考察的公式，在 PPT 中大多提供有例题。

这份提纲里，仅一行简短介绍的，几乎只考选择题；详细解释的，如里德伯公式和玻尔模型，可能考简答题；包含公式与例题的，如卢瑟福散射和光电效应，可能考计算题。

最后必须感谢刘锦秀儿——最重量级的“六、量子力学”部分主要由他整理；以及吴亮和梅现宝贵的解惑与修正。如果没有他们的合作，这份提纲根本不可能及时完成。

一、 光的经典研究

古希腊：“两眼泛光说”“实体发光说”；文艺复兴：铜镜等光学构件

1621 荷兰斯涅耳：折射定律

1662 法国费马：最短时间原理；精确表述：光程一阶变分为零的路径

1666 英国牛顿：微积分、光分解、万有引力

伽利略、牛顿：微粒说；胡克、惠更斯：波动说

1807 英国托马斯・杨：波动说（算出红紫光波长）、双缝实验

1818 菲涅尔：波动说（光是横波）

1819 泊松：实验“泊松斑”

1846 英国法拉第：“场”假说

1855～1865 英国麦克斯韦：电磁场、电磁波、电动力学、方程组、光是电磁波

1887 德国赫兹：证实电磁波的存在

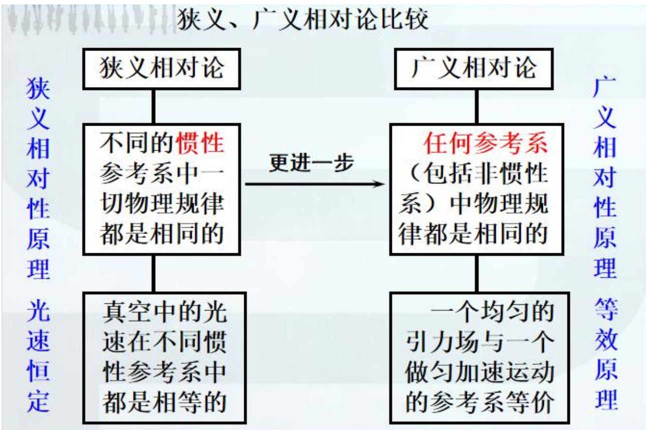
1909 意大利马可尼：实用无线电报通信

二、 相对论

亚里士多德、托马斯・杨：以太；1887 普鲁士迈克耳孙莫雷：实验“以太不存在”

1905 爱因斯坦：光量子理论、**狭义相对论**、分子运动论

$$洛伦兹因子\ \gamma=\frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}，时间延缓\ \tau=\gamma\tau_0，空间收缩\ l=\frac{l_0}{\gamma}$$



By Steve Yang and Jinrui Liu

例 1：狭义相对论

例 静止的π^+介子的半衰期为1.77×10^{-8}s（不稳定粒子数目减少一半经历的时间称为半衰期，即当$t=T_{1/2}$时$N=N_0/2$）。现有一束运动的π^+介子流，相对于实验室的速率为$0.99c$，在离开介子源38m处，发现π^+强度恰好减少为原来强度的一半。

求 试解释这一实验结果？

三、原子结构的经典研究

古希腊留基伯、德谟克利特：原子观；亚里士多德、阿那萨古腊：物质可以无限分割

- 1806年，法国化学家普鲁斯脱(J.L. Proust)发现化合物分子定组成定律，如不同方法制备碳酸铜，铜碳氧质量比例都是5:4:1
- 1807年，英国化学家道尔顿(J. Dalton，1766-1844)发现倍比定律，并提出*原子论*:一切物质都由极小的微粒原子组成的，不同元素的原子具有不同的性质，两种不同的原子化合成化合物时有简单的数值比。
- 1808年，法国盖·吕萨克(J.L. Gay-Lussac)发现气体化合时，各气体的体积成简比的定律，并由之认为元素气体在相等的体积中的重量应正比于它的原子量；
- 1811年，意大利物理学家阿伏伽德罗(A. Avogadro，1776-1856)提出阿伏伽德罗假说，并提出了*分子*的概念；同体积气体在同温同压下含有同数之分子。
- 1826年，英国布朗(R. Brown)观察到液体中的悬浮微粒作无规则的起伏运动，即所谓的布朗运动；
- 1833年，英国法拉第(M. Faraday，1766-1844)提出电解定律，并把化学亲和力归之为电力；
- 1869年，俄国门捷列夫(Д.И.Менделеев)提出元素周期律。

1860 德国本生、基尔霍夫：光谱分析技术

1885 巴耳末公式；**1889 里德伯公式与氢原子光谱的线系**

里德伯公式统一了跃迁过程中所有低能级m和高能级n的情况：

$$\tilde{\nu}=\frac{1}{\lambda}=R_H\left(\frac{1}{m^2}-\frac{1}{n^2}\right)$$，最长波长出现在$n=m+1$时；

每个m对应的一组n构成了不同的线系

赖曼系$(m=1)$：$\tilde{\nu}=R_H[\frac{1}{1^2}-\frac{1}{n^2}],\quad n=2,3,4,\cdots$

在紫外区，是1914年由赖曼发现的。

巴耳末系$(m=2)$：$\tilde{\nu}=R_H[\frac{1}{2^2}-\frac{1}{n^2}],\quad n=3,4,5,\cdots$

在可见区，其中最著名的H_α线是埃格斯特朗在1853年首先测得的。

帕邢系$(m=3)$：$\tilde{\nu}=R_H[\frac{1}{3^2}-\frac{1}{n^2}],\quad n=4,5,6,\cdots$

在近红外区，是1908年由帕邢发现的。

布喇开系$(m=4)$：$\tilde{\nu}=R_H[\frac{1}{4^2}-\frac{1}{n^2}],\quad n=5,6,7,\cdots$

在近红外区，是1922年由布喇开发现的。

普丰特系$(m=5)$：$\tilde{\nu}=R_H[\frac{1}{5^2}-\frac{1}{n^2}],\quad n=6,7,8,\cdots$

在近红外区，是1924年由普丰特发现的。

1895 德国伦琴：X 射线

1896 法国贝克勒尔、居里夫人：放射性

1897 英国汤姆逊：电子；1898 汤姆逊模型

1899 英国卢瑟福：划分α、β、γ射线；证实α粒子即氦核
1903 勒纳特：阴极射线被物质吸收实验，原子十分空虚
1904 长冈半太郎：土星模型

1909 卢瑟福指导盖革、马斯登：α粒子散射

散射过程中，瞄准距离b与散射角θ一一对应：

$$b=\frac{Z_1Z_2e^2}{8\pi\varepsilon_0E}\cot\frac{\theta}{2}$$，即$b=1.44\dfrac{Z_1Z_2}{2E}\cot\dfrac{\theta}{2}$，其中$b,E$单位分别为$fm,MeV$

例 2：卢瑟福散射

例 动能为5.00 MeV的α粒子被金核以90°散射
求 其瞄准距离。

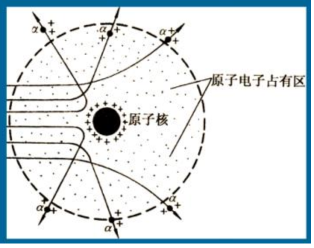
解 $b=\dfrac{Ze^2}{4\pi\varepsilon_0E}\cot\dfrac{\theta}{2}=\dfrac{e^2}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{Z}{E}\cot\dfrac{\theta}{2}$
$=1.44\times\dfrac{79}{5}\times\cot45^\circ=22.8\,\text{fm}$

电子电荷常量
$\dfrac{e^2}{4\pi\varepsilon_0}=1.44\,\text{fm}\cdot\text{MeV}$

例：^{214}Po放射出的α粒子，能量$E=$7.68 MeV，当其在金箔上散射时($m<<M$)

b/fm	10	100	1 000
θ	112°	16.9°	1.7°

$b=1.44\times\dfrac{Z}{E(\text{MeV})}\cot\dfrac{\theta}{2}$ (fm)



卢瑟福：1911 核式结构模型、1921 原子中存在中子
1919 卢瑟福：用α粒子轰击氮原子，得到氧原子和质子，即氢核

原子核的衰变：

α衰变：放出一个氦核（α粒子），即两个质子两个中子，${}_Z^AX\rightarrow{}_{Z-2}^{A-4}Y+{}_2^4He$；

β衰变：一个中子变成质子，同时放出一个电子（β粒子），${}_Z^AX\rightarrow{}_{Z+1}^{A}Y+{}_{-1}^{0}e$；

特殊的β衰变：一个质子变成中子，同时放出一个正电子；

γ粒子：由衰变后的新核产生的光子，伴随其他衰变而发生。

例 3：原子核的衰变

例 氡222 衰变为钋218 的半衰期是 3.8 天，纯净的氡经过 7.6 天后，求氡与钋的原子数之比和氡与钋的质量之比。

四、原子结构的量子研究

黑体辐射：1896 维恩公式；1900 瑞利金斯公式
1900 德国普朗克：黑体辐射公式、能量量子化假设

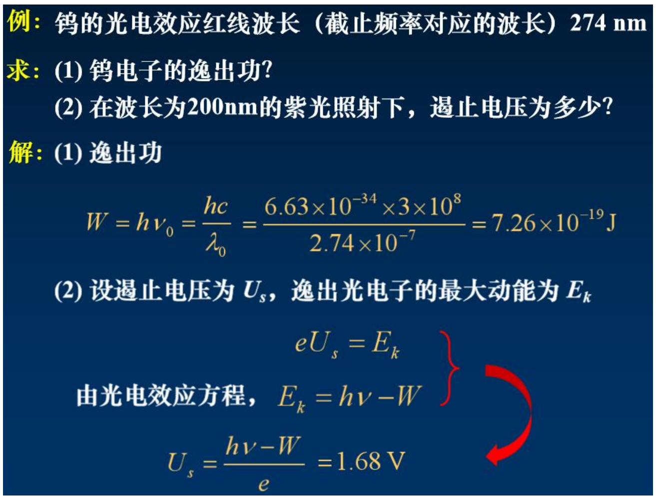
1905 爱因斯坦：光电效应

频率为ν的光子，克服逸出功A，使得电子e以速度v逸出，则遏止电压U_a：

$$eU_a=\frac{1}{2}mv^2=h\nu-A$$

特殊情况下，当光子频率触及下限ν_0时，电子恰好逸出，此时逸出功$A=h\nu_0$

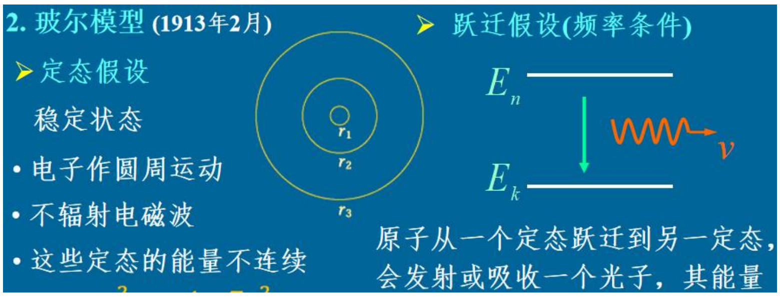
例 4：光电效应



1911 比利时布鲁塞尔，第一届索尔维国际物理会议

1913 丹麦玻尔：玻尔模型（三大假设）以及修正里德伯公式

玻尔模型：定态假设、跃迁假设、角动量量子化假设



考虑原子核的移动，电子质量m_e应换为折合质量$\mu = \frac{m_e M}{m_e + M}$；

轨道半径：$r_n = a_1 \cdot \frac{n^2}{Z} \cdot \frac{m_e}{\mu} = a_1 \cdot \frac{n^2}{Z} \cdot \frac{m_e + M}{M}$，其中玻尔半径$a_1 = 5.29\times10^{-11}$米；

轨道能量：$E_n = E_1 \cdot \frac{Z^2}{n^2} \cdot \frac{\mu}{m_e} = E_1 \cdot \frac{Z^2}{n^2} \cdot \frac{M}{m_e + M}$，其中氢原子基态能量$E_1 = -13.6\ eV$；

里德伯常数实际值$R_H = R_\infty \frac{\mu}{m_e} = R_\infty \frac{M}{m_e + M}$，其中理论值$R_\infty = 1.097\times10^{7} m^{-1}$。

在上述公式里，我之所以给这么多需要记忆的基准值，是因为 PPT 中这一部分给的例题，其解答实在是太过简略，大量代入了假定已知的量。电子质量就罢了，你还假定我知道质子电子质量比、玻尔半径、氢原子基态能量、里德伯常数……这是否有点高估我了？

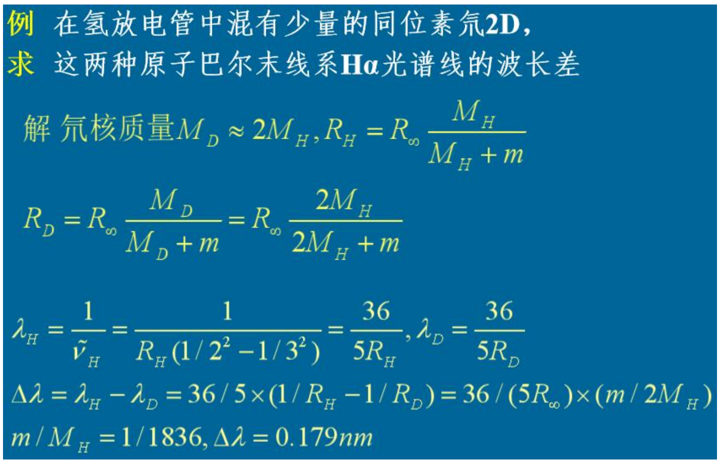
在这里也提醒一下，虽然考试中大概率会给一些，但除此之外你还最好记住：

普朗克常数$h = 6.63\times10^{-34} J\cdot s$；

电子电荷$e = 1.6\times10^{-19} C$；

电子质量$m_e=9.1\times10^{-31}kg$；质子质量$m_p=1836m_e$

例 5：里德伯公式的修正



例 在氢放电管中混有少量的同位素氘2D，

求 这两种原子巴尔末线系Hα光谱线的波长差

解 氘核质量$M_D\approx 2M_H, R_H=R_\infty\dfrac{M_H}{M_H+m}$

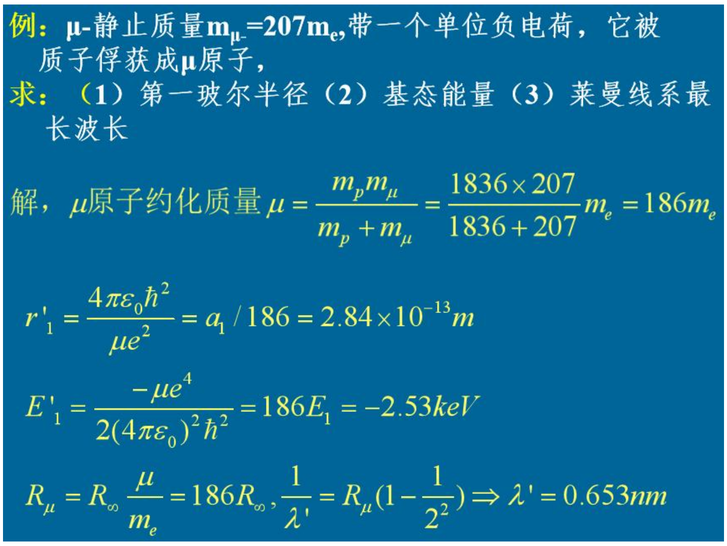
$$R_D=R_\infty\frac{M_D}{M_D+m}=R_\infty\frac{2M_H}{2M_H+m}$$

$$\lambda_H=\frac{1}{\tilde{\nu}_H}=\frac{1}{R_H(1/2^2-1/3^2)}=\frac{36}{5R_H},\lambda_D=\frac{36}{5R_D}$$

$$\Delta\lambda=\lambda_H-\lambda_D=36/5\times(1/R_H-1/R_D)=36/(5R_\infty)\times(m/2M_H)$$

$$m/M_H=1/1836,\Delta\lambda=0.179nm$$

例 6：玻尔模型



例：μ-静止质量$m_\mu=207m_e$,带一个单位负电荷，它被质子俘获成μ原子，

求：（1）第一玻尔半径（2）基态能量（3）莱曼线系最长波长

解，μ原子约化质量$\mu=\dfrac{m_pm_\mu}{m_p+m_\mu}=\dfrac{1836\times207}{1836+207}m_e=186m_e$

$$r'_1=\frac{4\pi\varepsilon_0\hbar^2}{\mu e^2}=a_1/186=2.84\times10^{-13}m$$

$$E'_1=\frac{-\mu e^4}{2(4\pi\varepsilon_0)^2\hbar^2}=186E_1=-2.53keV$$

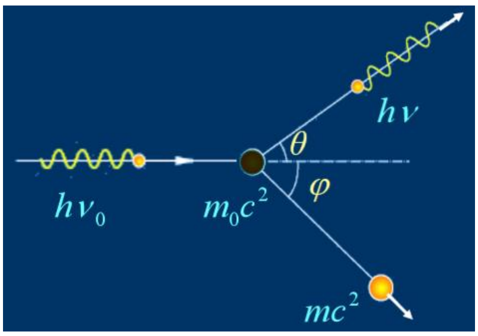
$$R_\mu=R_\infty\frac{\mu}{m_e}=186R_\infty,\frac{1}{\lambda'}=R_\mu(1-\frac{1}{2^2})\Rightarrow\lambda'=0.653nm$$

五、光的量子研究

1871 麦克斯韦推出辐射压强

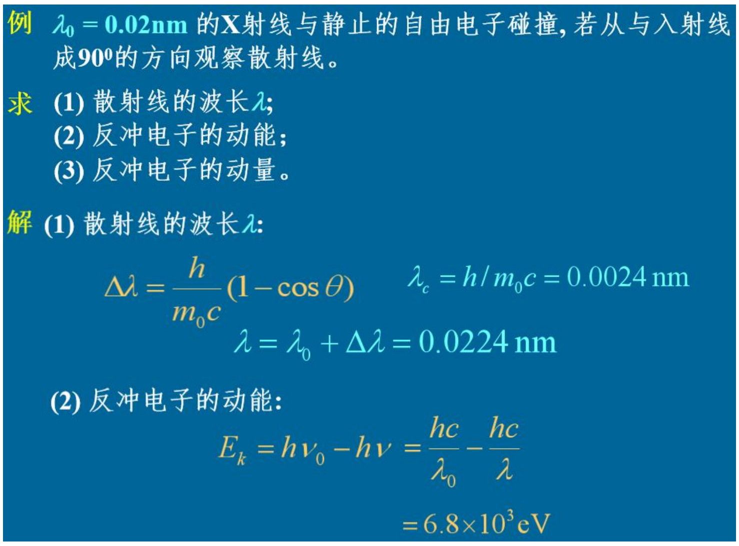
1895 德国伦琴：X 射线；1906 英国巴克拉：X 射线是横波；1912 年测定衍射与波长

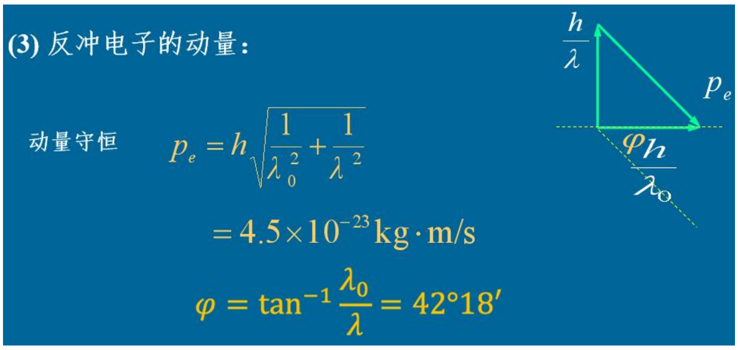
1923 美国康普顿：康普顿散射



其中$\Delta\lambda=\lambda-\lambda_0=\dfrac{h}{m_0c}(1-\cos\theta)$，当$\theta=90^\circ$时有康普顿波长$\lambda_c=\dfrac{h}{m_0c}$

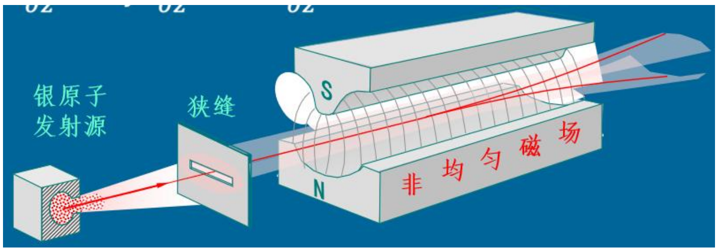
例 7：康普顿散射





1921 德国施特恩、盖拉赫：施特恩-盖拉赫实验

非均匀磁场使原子产生平移，可直接测量原子磁矩



结论：沉积线分立，证明**角动量的量子化**

1896 荷兰塞曼：塞曼效应；1897 爱尔兰普雷斯顿：反常塞曼效应

1925 电子自旋假设；美籍奥地利泡利：泡利不相容原理

六、量子力学

I.废话

在一切开始之前，我们可以获得费曼的一句箴言“I think I can safely say that nobody understands quantum mechanics”所以当我们复习量子力学时遇到些奇奇怪怪的东西不能理解时，请告诉自己这是正常现象，不必为此惊慌或者去偷走小猫咪。（好吧费曼的原意是不能从经典的角度去理解量子力学，不过这不重要，我们不关心。）

II.正文

A.德布罗意波

1.简介

德波罗意波，又称物质波，是量子力学的一个中心理论，也是物质**波粒二象性**的一个例子。该理论指出**所有物质都有波动性**。

2.发现历程

1923 年，德布罗意连续发表三篇论文，分别指出：1.运动粒子总伴随着一列正弦波，粒子与波永远保持相同的相位；2.明确提出相干波的概念；3.阐述了波和粒子的对应关系。

1924 年，德布罗意的博士论文中，提出了**德布罗意波长公式** $\lambda=\dfrac{h}{p}$。

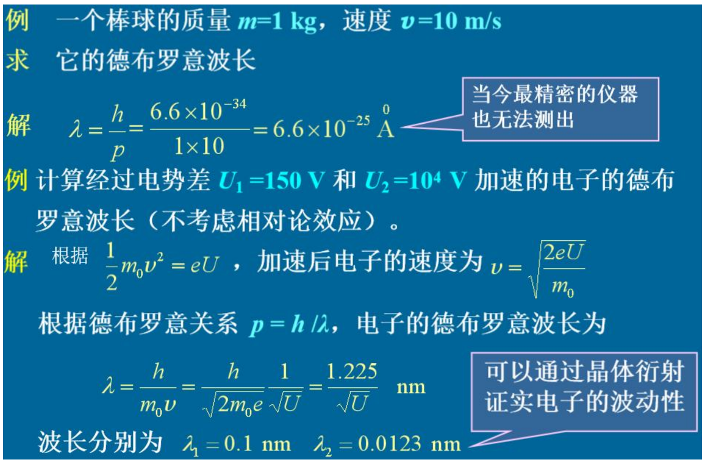
1925 年，贝尔实验室，**戴维逊**与**革末**用电子束轰击金属镍块，得到**电子衍射图样**，定量证明了德布罗意关系式。

1929 年，德布罗意因“发现电子的波动性”获得诺贝尔物理学奖。

3.相关公式

德布罗意波长公式 $\lambda=\dfrac{h}{p}$，可用来计算任何物质（无论是宏观或微观物质）的波长，h 为普朗克常数，动量 $p=mv$。

例 8：德布罗意波



B.哥本哈根诠释

1.简介

哥本哈根诠释，是对量子力学的一种诠释，用来解释量子的行为，汇集了 20 世纪多位物理学家的观点，至今在物理学界也有较高的接受度。其中包含着三个重要理论：**波函数的统计解释，不确定性原理，互补原理**。

2.三个重要理论支柱

I.波函数的统计解释

薛定谔表示波函数表示**电子在空间的分布状态**。拓展了物质波的概念后，物质波函数可以表示微观粒子状态。

波恩在 1926 提出波函数 $\Psi(x,y,z,t)$ 的统计解释：$|\Psi|^2$ 表示某时刻 t 在空间某点发现

粒子的概率，即**概率密度**。

II.海森堡不确定性原理

i.动量-坐标不确定性关系

粒子的位置坐标和动量分量不能同时拥有确定的值：$\Delta x \cdot \Delta p \geq \frac{h}{4\pi} = \frac{\hbar}{2}$。

例 9 微观物体的不确定性原理

例 原子的线度约为 10^{-10} m，求原子中电子速度的不确定量。

解 原子中电子的位置不确定量 10^{-10} m，由不确定关系

$$\Delta x\ \Delta p_x \geq \frac{\hbar}{2}$$

电子速度的不确定量为

$$\Delta v_x = \frac{\Delta p_x}{m} \geq \frac{\hbar}{2m\Delta x} = \frac{6.63\times10^{-34}}{4\times3.14\times9.1\times10^{-31}\times10^{-10}}$$

说明 $= 5.8\times10^{5}\ \mathrm{m/s}\ \sim v_x$

例 10：宏观物体的不确定性原理

例 子弹（$m = 0.10$ g，$v = 200$ m/s）穿过 0.2 cm 宽的狭缝。

求 沿缝方向子弹的速度不确定量。

解 $\Delta x = 2\times10^{-3}\mathrm{m}$ $\qquad \Delta x\ \Delta p_x \geq \frac{\hbar}{2}$

子弹速度的不确定量为

$$\Delta v_x = \frac{\Delta p_x}{m} \geq \frac{\hbar}{2m\Delta x} = \frac{6.63\times10^{-34}}{4\times3.14\times0.1\times10^{-3}\times2\times10^{-3}}$$

$$= 2.64\times10^{-28}\ \mathrm{m/s}\ \ll v_x$$

ii.能量时间不确定关系

反应原子能级宽度和该能级平均寿命的关系：$\Delta E \cdot \Delta t \geq \frac{h}{4\pi} = \frac{\hbar}{2}$。

III.互补原理

互补原理有多方面的解释，老师的 PPT 中主要包含两点:①描述微观物体的行为时，必须**同时思考其波动性与粒子性**，不可能单独用一种概念描述整体的量子现象。②实验方面，再精致的实验设计，也**无法展现出全部量子现象**，观测时仪器对物质的作用是**不可避免，不可控制，不可忽略的**。

C.1939 英国狄拉克：狄拉克符号（非常重要）

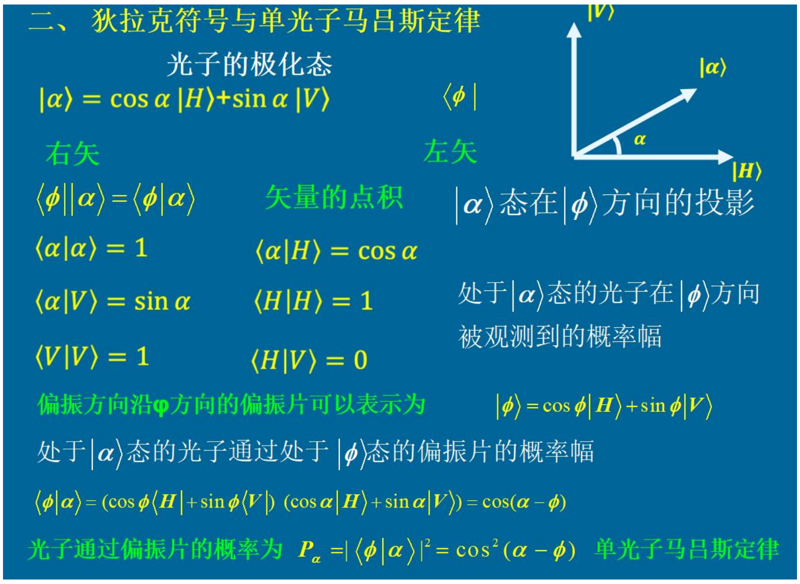
1.简介

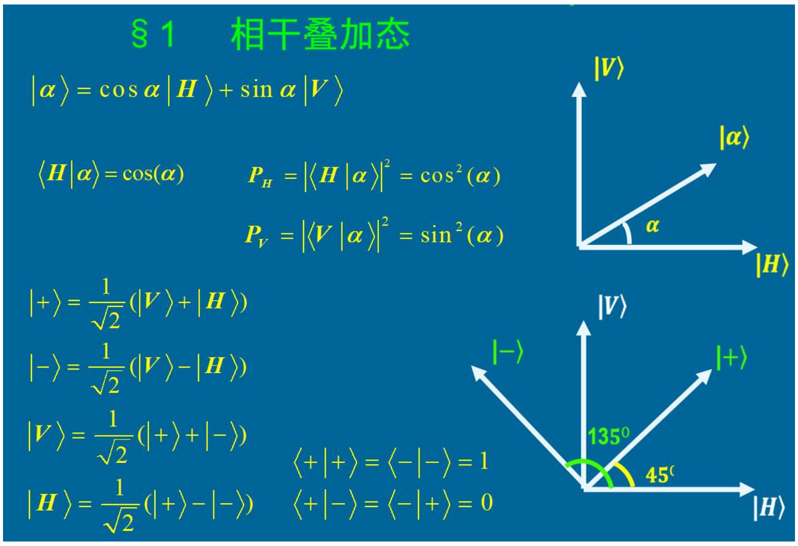
狄拉克符号的是必考的，会考到**纠缠度和保真度**，要求掌握波函数的矢量线性叠加和狄拉克符号的计算，具体的公式（比如复印机算保真度的公式）老师会给，但最好还是再熟悉一下。下面会谈到狄拉克符号的计算方式，态叠加原理，不相符实验与单光子干涉实验，纠缠度和保真度等等。

2.狄拉克符号的运算

I.狄拉克符号有左矢$\langle\ |$和右矢$|\ \rangle$,本质上可以都看为态矢量（准确地说是态矢空间），

满足矢量运算的各种性质，比如矢量的叠加，分解，点乘等等，下图给出一些基本运算，大家可以再熟悉下。





3.不相符实验与单电子干涉实验

I.这两个实验（以及延迟选择和量子擦除这些变种实验）主要还是体现了对狄拉克符号的应用和观测对实验的影响：观测会使波动性消失，展现出粒子性，但不相符实验也引出了量子力学的两个基本原则和态叠加原理。

II.量子力学的两个基本原则和态叠加原理

a.量子力学的第一个基本原则

一个事件发生的概率$= z \cdot \bar{z} = r^2$ （$\bar{z}$ 为共轭复数）

b.量子力学的第二个基本原则

假如一个过程可以看成是分成几步发生的话——例如一个光子通过 x_1 后又通过距离 x_2——要得到这个过程的概率幅，只需把过程中的每一步的概率幅相乘：$z = z_a \cdot z_b \cdots$

c.态叠加原理（量子力学第三个基本原则）

假如一个事件的发生可以通过多种途径的话（在目前的情况下，就是光所能通过的多条

路径），我们就把所有途径的概率幅加在一起： $z = z_a + z_b + \cdots$

4.纠缠度与保真度

I.量子纠缠与贝尔态

a.量子纠缠

两个或多个粒子经过短暂耦合之后，不论它们相隔多远，单独搅扰其中任意一个，将不可避免地影响到其他粒子。被拟人化的叫做“量子纠缠”（是薛定谔在看完 EPR 后提出的）

关于纠缠态和分离态，只要关心它们能否分成两个光子独立状态的乘积即可（证明题可设出系数用反证法）

分离态 $|\psi_{AB}\rangle = |\psi_A\rangle|\psi_B\rangle$

纠缠态 $|\psi_{AB}\rangle \neq |\psi_A\rangle|\psi_B\rangle$

例如 $|\psi_{AB}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|V_A\rangle|V_B\rangle + |V_A\rangle|H_B\rangle$

可以写成两个光子的独立状态的乘积

$$|\psi_A\rangle = |V_A\rangle$$

$$|\psi_B\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|V_B\rangle + |H_B\rangle)$$

$$|\psi_{AB}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|H_A\rangle|V_B\rangle + |V_A\rangle|H_B\rangle$$

无法写成两个光子的独立状态的乘积

关于纠缠度的计算，是重要的，需要记住纠缠度的计算公式和意义：

则我们的问题是：什么条件以下态是纠缠态？

$$|\psi_{12}\rangle = c_{00}|0_1,0_2\rangle + c_{01}|0_1,1_2\rangle + c_{10}|1_1,0_2\rangle + c_{11}|1_1,1_2\rangle$$

我们定义

$$C = 2|c_{00}c_{11} - c_{01}c_{10}| \qquad 0 \le C \le 1$$

当且仅当C>0时，两粒子处于纠缠态。

数量C被称为concurrence，纠缠的度量。

当C=0时， 两粒子是不纠缠的，或者可分离的。

当C=1时， 两粒子最大纠缠。

贝尔基态，或贝尔态

两粒子的最大纠缠态，C=1。

这些状态都是相互正交的。贝尔态的一个重要意义是我们可以把一般的纠缠态写成贝尔态的线性叠加。

$$|B_{00}(1,2)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0_1,0_2\rangle + |1_1,1_2\rangle)$$

$$|B_{01}(1,2)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0_1,1_2\rangle + |1_1,0_2\rangle)$$

$$|B_{10}(1,2)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0_1,0_2\rangle - |1_1,1_2\rangle)$$

$$|B_{11}(1,2)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0_1,1_2\rangle - |1_1,0_2\rangle)$$

b.保真度

我们不能完美复刻一个量子，因为这将违反互补原理和海森堡不确定性原理，但我们可以在一定程度上复制一个任意态。定义一个量复刻得多标准，需要用到保真度：$F = |\langle\phi|\psi\rangle|^2$

保真度最大为 1 ，最小为 0，下面是一些简单例子：

通过与矢量的类比来说明保真度是如何衡量量子态复制质量的。

$A\bullet B=\pm 1$ f 完美复制

$A\bullet B=0$ f 质量最差

$A\bullet B=\cos\theta$

$A\bullet B\Rightarrow|A\bullet B|^2$

如果我们想将状态$|0\rangle$复制到另一个状态$|\phi\rangle$上，那么$|\langle\phi|0\rangle|^2$是对复制质量的度量。

$F=|\langle\phi|0\rangle|^2=|\langle 0|0\rangle|^2=1$ 完美复制

$F=|\langle\phi|0\rangle|^2=|\langle 1|0\rangle|^2=0$ 质量最差

$|\phi\rangle=\cos\theta|0\rangle+\sin\theta|1\rangle$

$F=|\langle\phi|0\rangle|^2=\cos^2\theta$

重点：如何计算复制机的保真度？

①复制机U的复制法则，随输入不同而不同，首先应当将这些法则写到一起：

假设输入的$|\Phi_{123}\rangle=|\phi_1\rangle|0_2\rangle|0_3\rangle$中，$|\phi_1\rangle=\cos\theta\cdot|0\rangle+\sin\theta\cdot|1\rangle$，那么就有：

$$U|\phi_1\rangle|0_2\rangle|0_3\rangle=\cos\theta\cdot U|0_1\rangle|0_2\rangle|0_3\rangle+\sin\theta\cdot U|1_1\rangle|0_2\rangle|0_3\rangle;$$

②复制操作由$|\Phi_{123}\rangle$得到$|\Psi_{123}\rangle=|\psi_1\rangle|\psi_2\rangle|\psi_3\rangle$，但我们并非需要同时关心三个光子的状态，而是只需单独考虑某一个光子是否保真，比如$|\phi_1\rangle\to|\psi_1\rangle$。于是，对于光子 1，任何首项为$|\phi_1\rangle$的$|\Phi\rangle$，即$|\phi 00\rangle,|\phi 01\rangle,|\phi 10\rangle,|\phi 11\rangle$，都应该和$|\Psi_{123}\rangle$计算保真度，再加和得到$F_1$：

$$F_1=F(\langle\phi 00|\Psi_{123}\rangle)+F(\langle\phi 01|\Psi_{123}\rangle)+F(\langle\phi 10|\Psi_{123}\rangle)+F(\langle\phi 11|\Psi_{123}\rangle)$$

③上式四项，分别拆开，如：

$$\langle\phi 10|\Psi_{123}\rangle=\cos\theta\cdot\langle 010|\Psi_{123}\rangle+\sin\theta\cdot\langle 110|\Psi_{123}\rangle$$

在①式的化简结果中，有$|\Phi_{123}\rangle$被经过变换后成为任意状态，如$|0\rangle|1\rangle|0\rangle$的概率辐，即$\langle 010|\Psi_{123}\rangle$，直接代入每一个③式，求平方和，即可得到最终的保真度。例子如下：

考虑将一个系统的状态（如光子）复制到另一个系统。

原始状态的质量降低，使得两个系统的质量相同。

将原件复制到空白页上。
复印机准备两份相同的复制件，使两份的质量都低于原件。

由弗拉基米尔·布泽克和马克·希勒里在1996年首次提出的。

$|\phi_1\rangle=\cos\theta|0_1\rangle+\sin\theta|1_1\rangle$

$U_{clone}|\phi_1\rangle|0_2\rangle=|\psi_1\rangle|\psi_2\rangle$

由于不可克隆定理，保真度小于1。

为了获得最大的保真度，我们需要一个辅助系统3，初态$|0_3\rangle$。

系统初态 $|\Phi_{123}\rangle=|\phi_1\rangle|0_2\rangle|0_3\rangle$

可通过以下量子变换获得保真度最高的复印机

这些变换可以在不同的量子系统中实验实现。

$$U_{clone}|0_1\rangle|0_2\rangle|0_3\rangle=\sqrt{\frac{2}{3}}|0_1\rangle|0_2\rangle|0_3\rangle-\frac{1}{\sqrt{6}}(|0_1\rangle|1_2\rangle|1_3\rangle+|1_1\rangle|0_2\rangle|1_3\rangle)$$

$$U_{clone}|1_1\rangle|0_2\rangle|0_3\rangle=-\sqrt{\frac{2}{3}}|1_1\rangle|1_2\rangle|1_3\rangle+\frac{1}{\sqrt{6}}(|0_1\rangle|1_2\rangle|0_3\rangle+|1_1\rangle|0_2\rangle|0_3\rangle)$$

$$|\phi_1\rangle = \cos\theta|0_1\rangle + \sin\theta|1_1\rangle$$

$$|\Psi_{123}\rangle = \boldsymbol{U}_{copy}|\Phi_{123}\rangle = \boldsymbol{U}_{copy}|\phi_1\rangle|0_2\rangle|0_3\rangle$$

$$= \sqrt{\frac{2}{3}}(\cos\theta|000\rangle - \sin\theta|111\rangle) - \frac{\cos\theta}{\sqrt{6}}(|011\rangle + |101\rangle) + \frac{\sin\theta}{\sqrt{6}}(|010\rangle + |100\rangle)$$

以上映射所描述的复印机是如何将状态以高保真度复制到状态2的？

例如 $|\Phi_{123}\rangle = |\phi_1\rangle|0_2\rangle|0_3\rangle = |1_1\rangle|0_2\rangle|0_3\rangle$

$$|\Psi_{123}\rangle = \boldsymbol{U}_{copy}|\Phi_{123}\rangle = \boldsymbol{U}_{copy}|\phi_1\rangle|0_2\rangle|0_3\rangle$$

$$= \boldsymbol{U}_{copy}|1_1\rangle|0_2\rangle|0_3\rangle$$

$$= -\sqrt{\frac{2}{3}}|111\rangle + \frac{1}{\sqrt{6}}(|010\rangle + |100\rangle)$$

Outcome	Probability
$\|000\rangle$	0
$\|001\rangle$	0
$\|010\rangle$	1/6
$\|011\rangle$	0
$\|100\rangle$	1/6
$\|101\rangle$	0
$\|110\rangle$	0
$\|111\rangle$	2/3

$|\phi_1\rangle = |1_1\rangle$

$\frac{1}{6} + \frac{2}{3} = \frac{5}{6}$

$|\phi_2\rangle = |1_2\rangle$

$\frac{1}{6} + \frac{2}{3} = \frac{5}{6}$

$$|\phi_1\rangle = \cos\theta|0_1\rangle + \sin\theta|1_1\rangle$$

$$|\Psi_{123}\rangle = \boldsymbol{U}_{copy}|\Phi_{123}\rangle = \boldsymbol{U}_{copy}|\phi_1\rangle|0_2\rangle|0_3\rangle$$

$$= \sqrt{\frac{2}{3}}(\cos\theta|000\rangle - \sin\theta|111\rangle) - \frac{\cos\theta}{\sqrt{6}}(|011\rangle + |101\rangle) + \frac{\sin\theta}{\sqrt{6}}(|010\rangle + |100\rangle)$$

$$F_1 = |\langle\phi 00|\Psi_{123}\rangle|^2 + |\langle\phi 01|\Psi_{123}\rangle|^2 + |\langle\phi 10|\Psi_{123}\rangle|^2 + |\langle\phi 11|\Psi_{123}\rangle|^2 \quad = \frac{5}{6}$$

$$F_2 = |\langle 0\phi 0|\Psi_{123}\rangle|^2 + |\langle 0\phi 1|\Psi_{123}\rangle|^2 + |\langle 1\phi 0|\Psi_{123}\rangle|^2 + |\langle 1\phi 1|\Psi_{123}\rangle|^2 \quad = \frac{5}{6}$$

$$\langle\phi 00|\Psi_{123}\rangle = \cos\theta\langle 000|\Psi_{123}\rangle + \sin\theta\langle 100|\Psi_{123}\rangle = \sqrt{\frac{2}{3}}\cos^2\theta + \frac{1}{\sqrt{6}}\sin^2\theta$$

$$\langle\phi 01|\Psi_{123}\rangle = \cos\theta\langle 001|\Psi_{123}\rangle + \sin\theta\langle 101|\Psi_{123}\rangle = -\frac{1}{\sqrt{6}}\sin\theta\cos\theta$$

$$\langle\phi 10|\Psi_{123}\rangle = \cos\theta\langle 010|\Psi_{123}\rangle + \sin\theta\langle 110|\Psi_{123}\rangle = \frac{1}{\sqrt{6}}\sin\theta\cos\theta$$

$$\langle\phi 11|\Psi_{123}\rangle = \cos\theta\langle 011|\Psi_{123}\rangle + \sin\theta\langle 111|\Psi_{123}\rangle = -\frac{1}{\sqrt{6}}\cos^2\theta - \sqrt{\frac{2}{3}}\sin^2\theta$$

保真度与状态$|\phi_1\rangle$ 中的θ 无关。

（第二个图中的表需要注意是怎么算出来的。）

D.EPR 佯谬与贝尔不等式（知道内容和意义）

I.1935 爱因斯坦：EPR 佯谬思想实验

二、EPR佯谬

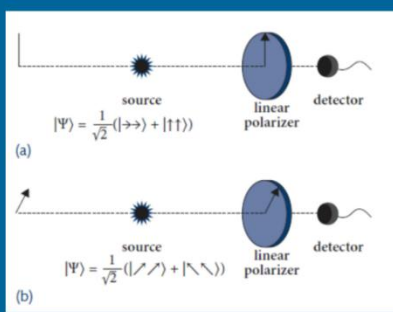
考虑两个被制备到纠缠态的光子1和2。

$$|\psi_{12}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\uparrow_1\rangle|\uparrow_2\rangle + |\rightarrow_1\rangle|\rightarrow_2\rangle)$$

$$|\psi_{12}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\nearrow_1\rangle|\nearrow_2\rangle + |\nwarrow_1\rangle|\nwarrow_2\rangle)$$

$$|\uparrow\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\nearrow\rangle + |\nwarrow\rangle)$$

$$|\rightarrow\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\nearrow\rangle - |\nwarrow\rangle)$$



II.1964 爱尔兰贝尔：贝尔不等式

若有隐变量存在，需要满足贝尔不等式：

$$S(\theta) = \frac{3p_{12}(\theta) - p_{12}(3\theta)}{p_1 + p_2} \leq 1.$$

1982 的实验证明贝尔不等式不成立，定域的隐变量理论是不存在的。

E.矩阵力学，薛定谔方程

1925 德国玻恩、海森堡、约尔丹：矩阵力学

1926 奥地利薛定谔：薛定谔方程

最后修改于 2023-6-10